



Medidas descritivas

Dr. NIELSEN CASTELO DAMASCENO DANTAS

AULA 4

Introdução

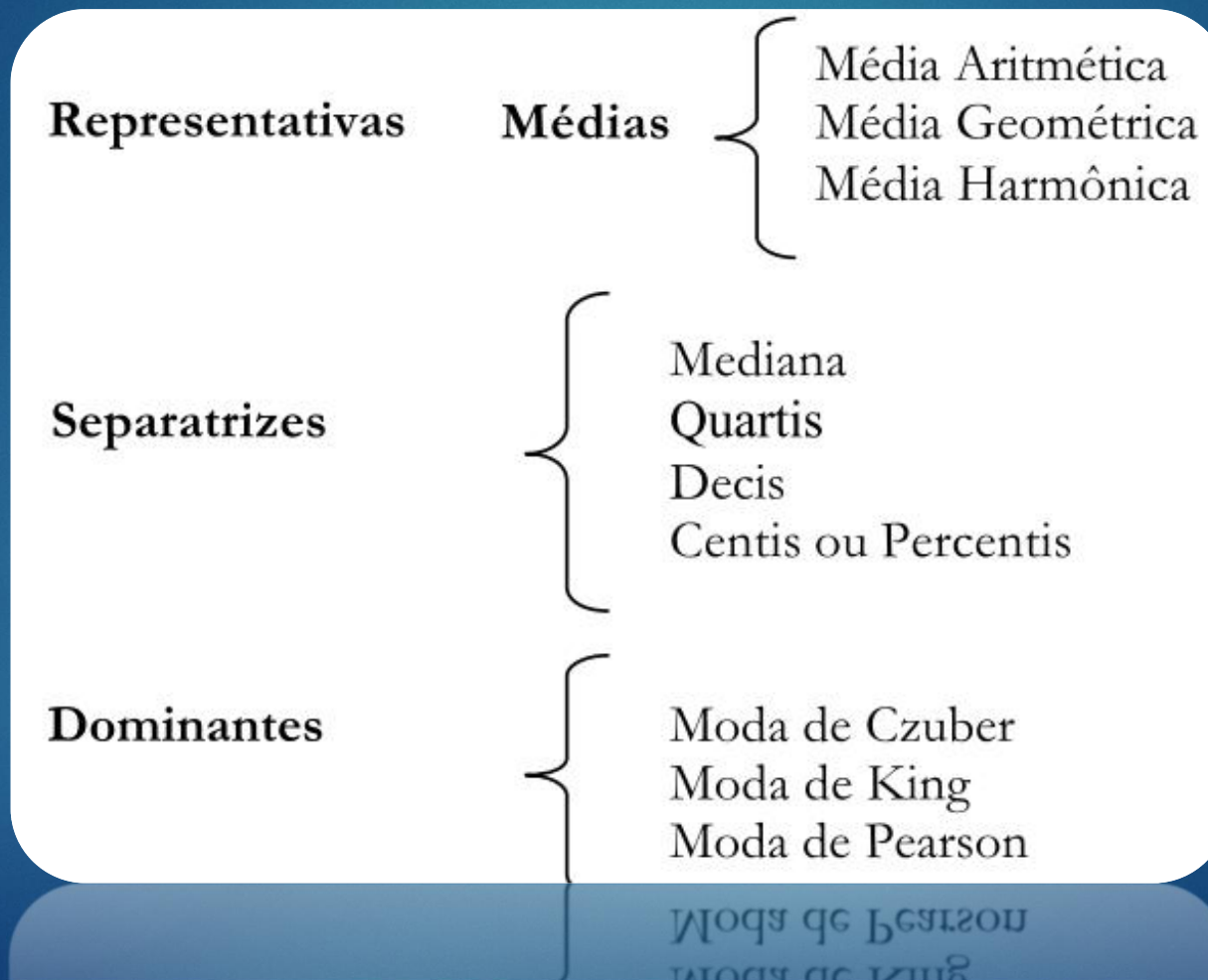


- Tem por objetivo descrever um conjunto de dados de forma organizada e compacta que possibilita a visualização do conjunto estudado por meio de suas estatísticas.
- O que não significa que estes cálculos e conclusões possam ser levados para a população.

Tipos

- ▶ Medida de posição
- ▶ Medida de variabilidade ou Dispersão
- ▶ Medida de dispersão relativa
- ▶ Momentos, assimetria e curtoses

Medida de posição



Representativas (Médias)

- ▶ São medidas descritivas que tem por finalidade representar um conjunto de dados.

Representativas (Médias)

► Média Aritmética

Amostrai (\bar{X}); Populacional (μ)

Representativas (Médias)

► Não tabelados

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{ou} \quad \mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

Representativas (Médias)

- Dados tabelados com pesos

Média Aritmética Ponderada (X_w), (onde W_i é o peso)

Nota do aluno "X"
1º semestre de 1994 - UFSM

Notas (X_i)	Pesos (W_i)
7.8	2
8.3	3
8.2	2
5.8	3
Σ	10

Fonte: Dados Hipotéticos

$$X_w = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^n W_i}$$

Representativas (Médias)

Altura em centímetros de 160 alunos do
Curso de Administração da UFSM - 1990

Altura (cm)	X_i	f_i	$X_i \cdot f_i$
150 --- 158	154	18	2763,0
158 --- 166	162	25	4037,5
166 --- 174	170	20	3390,0
174 --- 182	178	52	9230,0
182 --- 190	186	30	5565,0
190 --- 198	194	15	2917,55
Σ	----	160	27903

Fonte: Departamento de Estatística (1990)

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Fonte: Departamento de Estatística (1990)

Representativas (Médias)

- ▶ A Média Aritmética Simples deverá estar entre o menor e o maior valor observado.

$$X_{\min.} \leq \bar{X} \leq X_{\max.}$$

Representativas (Médias)

- ▶ A soma algébrica dos desvios calculados entre os valores observados e a média aritmética é igual a zero;

$$d = x_i - \mu$$

$$\sum_{i=1}^n d = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu) = \text{zero}$$

Representativas (Médias)

- ▶ Somando-se ou subtraindo-se todos os valores (X_i) da série por uma constante "k" ($k \neq 0$), a nova média aritmética será igual a média original somada ou subtraída por esta constante "k".

Representativas (Médias)

- ▶ Multiplicando-se ou dividindo-se todos os valores (X_i) da série por uma constante "k" ($k \neq 0$), a nova média aritmética será igual a média original multiplicada ou dividida por esta constante "k".

Representativas (Médias)

▶ Média Geométrica (X_g)

- ▶ A aplicação da média geométrica deve ser feita, quando os valores do conjunto de dados considerado se comportam segundo uma **progressão geométrica** (P.G.) ou dela se aproximam.

Representativas (Médias)

- ▶ Dados não tabelados

$$X_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n X_i} = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n}$$

Representativas (Médias)

► Dados tabelados

$$X_g = \sum_{i=1}^n f_i \sqrt{\prod_{i=1}^n X_i^{f_i}} = \sum_{i=1}^n f_i \sqrt{X_1^{f_1} \cdot X_2^{f_2} \cdot \dots \cdot X_n^{f_n}}$$

Representativas (Médias)

▶ Média Harmônica (X_h)

- ▶ É usada para dados inversamente proporcionais.
- ▶ Ex.: Velocidade Média, Preço de Custo Médio

Representativas (Médias)

▶ Média Harmônica (X_h)

- ▶ É definida como o inverso da média aritmética dos seus inversos.
- ▶ É o número de termos dividido pela soma do inverso dos termos.

Representativas (Médias)

▶ Média Harmônica (X_h)

$$\mathbf{▶} X_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Representativas (Médias)

► Qual a Média Harmônica entre 2 e 3?

$$Xh = \frac{2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 2,4$$

Aplicação Média

- ▶ Calcule a média dos dados: 0, 2, 4, 6, 8.

$$\frac{0 + 2 + 4 + 6 + 8}{5} = 4$$

Aplicação Média

- ▶ Calculando a média dos dados: 2, 4, 6, 8 temos:

$$\frac{2 + 4 + 6 + 8}{4} = 5$$

Aplicação desvio

- ▶ Sabendo-se que a produção leiteira diária da vaca Mimososa, durante uma semana, foi de 10, 14, 13, 15, 16, 18, 12 litros, temos, para a produção média semanal:

$$\frac{10 + 14 + 13 + 15 + 16 + 18 + 12}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

Aplicação desvio

- ▶ Desvio em relação a média:

$$d_j = x_j - \bar{x}$$

- ▶ Denominamos desvio em relação à média a diferença entre cada elemento de um conjunto de valores e a média aritmética.

Aplicação desvio

Logo, $\bar{x} = 14$ litros.

Os desvios em relação à média são dados por:

$$d_1 = x_1 - \bar{x} = 10 - 14 = -4$$

$$d_2 = x_2 - \bar{x} = 14 - 14 = 0$$

$$d_3 = 13 - 14 = -1$$

$$d_4 = 15 - 14 = 1$$

$$d_5 = 16 - 14 = 2$$

$$d_6 = 18 - 14 = 4$$

$$d_7 = 12 - 14 = -2$$

Aplicação desvio

- ▶ A soma dos desvios dos números de um conjunto a contar da média é zero.
- ▶ No exemplo anterior temos:

$$-4 - 1 + 2 - 2 + 0 + 1 + 4 = 0$$

Propriedades da média

- ▶ A média dos números 1, 2, 2, 3, 4, é dada por

$$\frac{1+2+2+3+4}{5} = 2,4$$

Propriedades da média

- ▶ Se alterarmos o conjunto para 1, 2, 3, 3, 4 a média passa a ser dada por

$$\frac{1+2+3+3+4}{5} = 2,6$$

Propriedades da média

- ▶ Somando-se 2 litros de leite a cada produção diária da Mimosa temos que:

$$y_1 = 12, y_2 = 16, y_3 = 15, y_4 = 17, y_5 = 18, y_6 = 20 \text{ e } y_7 = 14$$

Propriedades da média

- ▶ Somando-se 2 litros de leite a cada produção diária da Mimosa temos que:

Daí:

$$\bar{y} = \frac{12 + 16 + 15 + 17 + 18 + 20 + 14}{7} = \frac{112}{7} = 16$$

Lembrando que a média anterior era $\bar{x} = 14$, temos que:

$$\bar{y} = 16 = 14 + 2 = \bar{x} + 2.$$

Propriedades da média

- ▶ Multiplicando-se por 3 cada produção diária da Mimosa temos que:

$$y_1 = 30, y_2 = 42, y_3 = 39, y_4 = 45, y_5 = 48, y_6 = 54 \text{ e } y_7 = 36$$

Propriedades da média

- ▶ Multiplicando-se por 3 cada produção diária da Mimosa temos que:

$$\text{Daí: } \bar{y} = \frac{30 + 42 + 39 + 45 + 48 + 54 + 36}{7} = \frac{294}{7} = 42$$

Lembrando que a média anterior era $\bar{x} = 14$, temos que:

$$\bar{y} = 42 = 14 \times 3 = \bar{x} \times 3.$$

Propriedades da média

- ▶ Em uma faculdade a média semestral de cada disciplina é calculada considerando as duas médias bimestrais com peso 3 cada uma é um exame final com peso 4.

Propriedades da média

- ▶ Se um aluno obtém 8,0 no 1º bimestre, 9,0 no 2º bimestre e 9,6 no exame final de Estatística, Qual será a sua média semestral em Estatística?

Propriedades da média

- ▶ O cálculo da média aritmética deve levar em conta os pesos desiguais das notas.

Avaliação	Notas	Peso
1º Bimestre	8,0	3
2º Bimestre	9,0	3
Exame final	9,6	4
Total		10

Propriedades da média

Logo:

$$\text{média ponderada} = \frac{3(8,0) + 3(9,0) + 4(9,6)}{10} = \frac{89,4}{10} = 8,94$$

Isto é, A média semestral desse aluno em Estatística é 8,94.

Avaliação	Notas	Peso
1º Bimestre	8,0	3
2º Bimestre	9,0	3
Exame final	9,6	4
Total		10

Propriedades da média

- ▶ Suponha que em outra faculdade a média semestral de cada disciplina é calculada considerando um exame no meio do período e um exame final, este último com o dobro do peso daquele.

Propriedades da média

- ▶ Qual será a média semestral em Estatística de um estudante com 8,5 no primeiro exame e 9,6 no exame final?

Propriedades da média

Logo:

$$\text{média ponderada} = \frac{1(8,5) + 2(9,6)}{3} = \frac{27,7}{3} = 9,23$$

Portanto sua média semestral em Estatística é 9,23.

Avaliação	Notas	Peso
Meio do Período	8,5	1
Exame final	9,6	2
Total		3

Propriedades da média

- ▶ Durante uma manhã, um feirante vendeu determinado produto a preços variados: 12 unidades foram vendidas a 2 reais;
- ▶ 10 unidades foram vendidas a 3 reais e 8 unidades foram vendidas a 6 reais.
- ▶ Qual foi o preço médio de venda desses produtos naquela manhã?

Propriedades da média

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	6	6	6	6	6	6	6	6

$$\bar{x} = \frac{\overbrace{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2+2}^{12 \times 2} + \overbrace{3+3+3+3+3+3+3+3+3+3}^{10 \times 3} + \overbrace{6+6+6+6+6+6+6+6}^{8 \times 6}}{30}$$

Propriedades da média

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	6	6	6	6	6	6	6	6

$$\frac{12 \times 2 + 10 \times 3 + 8 \times 6}{30} = \frac{24 + 30 + 48}{30} = \frac{102}{30} = 3,40$$

Propriedades da média

- ▶ Assim o preço médio do produto pela manhã foi R\$ 3,40.
- ▶ Faça a tabela de frequência.

Valor	f
2	12
3	10
6	8
Total	30

Propriedades da média

- ▶ Crie uma coluna auxiliar na tabela e pondere por 2.
- ▶ Em seguida, calcule o preço médio

Valor	f	Multiplicação
2	12	2 x 12 = 24
3	10	3 x 10 = 30
6	8	6 x 8 = 48
Total	30	102

$$\bar{x} = \frac{102}{30} = 3,40$$

Propriedades da média

- ▶ Foram coletadas 150 observações da variável X , representando o número de vestibulares (um por ano) que um mesmo estudante prestou. Os dados estão na tabela a seguir.

Propriedades da média

X	f
1	75
2	47
3	21
4	7
Total	150

- ▶ Quantas vezes, em média, cada aluno prestou vestibular?

Propriedades da média

X	f
1	75
2	47
3	21
4	7
Total	150

X	f	Multiplicação
1	75	75
2	47	94
3	21	63
4	7	28
Total	150	260

$$\bar{X} = \frac{260}{150} = 1,73$$

- ▶ Quantas vezes, em média, cada aluno prestou vestibular?

Propriedades da média

- ▶ Pode ser de interesse estudar o gasto dos alunos associado com as despesas do vestibular.
- ▶ Para simplificar, vamos supor que se atribui, para cada aluno, uma despesa fixa de **R\$ 1.300,00**, relativo à preparação.
- ▶ E mais **R\$ 50,00** para cada vestibular prestado.

Propriedades da média

- ▶ De posse dessas informações, vamos calcular a média da variável D .
- ▶ Em que D é a Despesa com vestibular.

$$D = 50 \times X + 1300$$

Propriedades da média

- ▶ Logo do cálculo que fizemos é imediato que:

$$\bar{D} = 50 \times 1,73 + 1300 = 1386,50 .$$

Propriedades da média

- ▶ Imagine que a margem de lucro na venda de um produto é variável, mas que, ao longo de seis meses, foram registrados os valores apresentados na tabela a seguir.
- ▶ Calcule a média aritmética da margem de lucro nesse período.

Propriedades da média

Margem de lucro, em termos de percentual do valor de compra, segundo a classe.

Classe	f	Ponto médio	Multiplicação
15 - 25	30	20	600
25 - 35	45	30	1350
35 - 45	150	40	6000
45 - 55	45	50	2250
55 - 65	30	60	1800
Total	300		12000

Propriedades da média

- ▶ Logo a margem média de lucro será dada por

$$\bar{x} = \frac{12000}{300} = 40 .$$